Trabajo Fin de Grado en Física

# Experimentos de precisión en trampas con iones de <sup>40</sup>Ca<sup>+</sup>

Jaime Martínez González Universidad de Granada Junio de 2016



Tutor: Daniel Rodríguez Rubiales Departamento de Física Atómica, Molecular y Nuclear

#### Abstract

The work presented in this Bachelor's thesis has been carried out in the framework of the project TRAPSENSOR. The final goal of this project is to build a new detection system, referred to as Quantum Sensor in order to overcome current limitations in high-accuracy mass spectrometry. The Quantum Sensor is a Ca ion confined in an ion trap, which has a common electrode with another trap, where the ion of interest is confined. In this work we have carried out some measurements in order to study the sensitivity of the method based on collecting fluorescence photons. For this purpose we have gone deeper in the understanding of an EMCCD camera, and a new resonance amplifier for the RF field applied to the trap electrodes. After this, the first fluorescence measurements at a certain radiofrequency have been performed. These measurements comprise the determination of the axial oscillation frequency of a Ca ion and the effect of an external field applied to the ion when the lasers are not interacting with it. Cooling again and counting the photons already provides some conclusions.

# Índice

1.	Intr	oducción	3
2.	Descripción del Experimento		5
	2.1.	Fundamento Teórico	5
		2.1.1. Trampa Paul	5
		2.1.2. Enfriamiento por láser ( <i>laser cooling</i> )	6
	2.2.	Vista general del Experimento	8
	2.3.	Sistema de captación de fluorescencia. Cámara EMCCD	9
		2.3.1. Funcionamiento de una cámara EMCCD	10
	2.4.	Amplificador de RF	13
3.	Resultados Experimentales		16
	3.1.	Enfriamiento Doppler de distintas frecuencias de oscilación	16
	3.2.	Aplicación de un campo externo	19
	3.3.	Método de medida basado en el número de fotones detectados	22
4.	Con	clusiones y Perspectivas	25

# 1. Introducción

El objetivo de este Trabajo Fin de Grado es el estudio y la caracterización, en términos de frecuencia de oscilación y de la ganancia en energía al aplicar campos externos, de un ion de <sup>40</sup>Ca<sup>+</sup> confinado en una trampa Paul. El trabajo se desarrolla en el marco del proyecto TRAPSENSOR del Consejo Europeo de Investigación. El ion de <sup>40</sup>Ca<sup>+</sup> se utiliza como sensor cuántico [1] haciendo uso de los niveles de energía del electrón más externo del mismo, de forma que la señal a detectar es la que proviene de los fotones de fluorescencia de una transición dipolar eléctrica [2]. Utilizando este dispositivo se pretende mejorar las prestaciones en espectrometría de masas en lo que respecta a sensibilidad, lo que es de interés en aplicaciones como la determinación de masas de elementos súper-pesados producidos en reacciones de fusión-evaporación o la determinación precisa de la masa del (anti)neutrino.

El espectrómetro de masas está formado por dos trampas Penning [3, 4] alojadas en una región de campo magnético de intensidad 7 Tesla, altamente homogéneo en un volumen de un centímetro cúbico. En una trampa se alojará el ion cuya masa se desea medir y en la otra el ion de <sup>40</sup>Ca<sup>+</sup>, que es enfriado por láser hasta el límite Doppler (para este tipo de enfriamiento ver por ejemplo la Ref. [5]). En el límite Doppler, el ion de <sup>40</sup>Ca<sup>+</sup> tiene una temperatura por debajo de 1 mK, que corresponde a una energía de unos  $100 \,\mu eV$ . En estas circunstancias, los fotones detectados con un sistema óptico y una cámara EMCCD [6] (que son las siglas en inglés de Electron-Multiplying Charged-Coupled-Device) se distribuyen en un área de unos 100  $\mu$ m<sup>2</sup> sobre el plano focal de la cámara y de la señal se puede extraer el número de fotones colimados y la forma de las proyecciones sobre los ejes axial y radial. El método por tanto consiste en observar cambios en los datos recogidos por la cámara EMCCD cuando haya transferencia de energía del ion cuya masa se quiere medir, al sensor cuántico. Con esto se busca sustituir los circuitos electrónicos de detección de corrientes inducidas, con los que se ha llegado a la detección de un solo ion pero sólo cuando la relación carga-masa es media o baja [7]. A su vez mejora la sensibilidad que otras técnicas válidas para cualquier relación carga masa [8, 9]

En este trabajo se cuantifica por primera vez el efecto en la señal de fluorescencia del ion de  ${}^{40}Ca^+$  confinado en una trampa de radiofrecuencia cuando se perturba su estado de energía en el movimiento oscilatorio, aplicando un campo externo, para simular la energía transferida por el ion de interés al sensor en el dispositivo final. En este caso se ha elegido una frecuencia de oscilación determinada, que viene definida por el voltaje de radiofrecuencia aplicado a la trampa. Para poder llevar a cabo una buena caracterización es importante entender los distintos instrumentos que se utilizan para la medida, ya que en muchos casos darán lugar a errores sistemáticos. Particularmente, en este trabajo nos hemos centrado en la cámara EMCCD y en al amplificador de radiofrecuencia.

El trabajo está dividido en dos partes además de la introducción y las conclusiones. El Capítulo 2 "Descripción del Experimento" comienza con una descripción breve de cómo funciona una trampa de Paul y del mecanismo de enfriamiento Doppler [10]. Después se hace una descripción del experimento y de los elementos más importantes del mismo, mostrando la trampa de anillos concéntricos con geometría abierta [3, 11], que es sobre la que se han apoyado todos los desarrollos realizados para la construcción del sensor.

El capítulo finaliza con un descripción de los aspectos a considerar cuando se utiliza una cámara EMCCD, por ejemplo la variación del cociente señal-ruido con el tiempo de adquisición o por píxel, y cómo afecta la variación de la amplitud del campo de radiofrecuencia sobre la frecuencia de oscilación del ion de <sup>40</sup>Ca<sup>+</sup>. El Capítulo 3 está dedicado al análisis y a la interpretación de resultados obtenidos con una configuración del amplificador determinada. Es fundamental obtener la frecuencia de oscilación del ion en la trampa, que es proporcional a la amplitud del campo de radiofrecuencia aplicado. Una vez medida la frecuencia de oscilación en una dirección (en nuestro caso la axial), se estudia la ganancia de energía del ion y como monitorizarla a partir de la señal de fluorescencia. El primer método propuesto consiste en medir el número de fotones, que es el que aquí se presenta. Con el sistema actual se concluye, que dicho método no es óptimo para la caracterización, aunque ésta también dependa de la intensidad de los láseres que interactúan sobre el ion y de la propia frecuencia de oscilación, lo que necesita de más estudio para obtener conclusiones definitivas.

## 2. Descripción del Experimento

En este capítulo se realizará una descripción breve de lo que es una *Trampa Paul* y del proceso de enfriamiento por láser conocido como *Doppler Cooling* para pasar a describir el experimento, la trampa utilizada y los dos dispositivos que se han visto en este trabajo que son la cámara que registra la señal de fluorescencia y el amplificador de radiofrecuencia resonante, con el fin de extraer los errores sistemáticos que resultan a partir de las magnitudes que generan o miden los mismos.

#### 2.1. Fundamento Teórico

#### 2.1.1. Trampa Paul

Las trampas de Paul, las cuales utilizan potenciales eléctricos estáticos y oscilantes en el tiempo, se utilizan ampliamente para confinar iones o partículas cargadas. En nuestro experimento utilizaremos este tipo de trampa, cuyo nombre es en honor a su creador Wolfgang Paul, quién recibió el Premio Nobel de Física de 1989.

Una trampa de iones es un dispositivo donde las partículas están ligadas gracias a una fuerza restauradora [10]del tipo:

$$\vec{F}_u = -k_u \vec{u}, \ u = x, y, z.$$
 (2.1)

La acción de esta fuerza hace que la partícula se mueva en un potencial armónico  $\Phi$  de forma que la energía vendrá dada por el producto de dicho potencial multiplicado por la carga de la partícula atrapada Q. En coordenadas cartesianas, el potencial tiene la siguiente forma:

$$\Phi(x, y, z) = A(\alpha x^2 + \beta y^2 + \gamma z^2), \qquad (2.2)$$

donde  $\alpha$ ,  $\beta$  y  $\gamma$  son constantes. Dado que en ausencia de carga se debe cumplir la ecuación de Laplace  $\nabla^2 \Phi = 0$ , se satisface la relación  $\alpha + \beta + \gamma = 0$ . La configuración de electrodos más habitual, que hace uso de simetría de revolución alrededor del eje *z*, resulta en  $\alpha + \beta = -\gamma$  y, en un potencial de la forma:

$$\Phi(r,z) = \frac{\Phi_0}{r_0^2 + 2z_0^2} (r^2 - 2z^2), \tag{2.3}$$

donde  $\Phi_0$  es la amplitud del potencial. Tal como se observa en la ecuación, el movimiento de la partícula es estable en la dirección z, pero es inestable en la dirección radial. El problema se resuelve haciendo que el potencial eléctrico oscile en función del tiempo. El resultado es la trampa de Paul y el potencial se puede escribir de la forma:

$$\Phi(r,z) = \frac{V_0 \cos \Omega_{RF} t}{r_0^2 + 2z_0^2} (r^2 - 2z^2)$$
(2.4)

resultando en la siguiente ecuación de movimiento para una partícula cargada:

$$\frac{d^2u}{dt^2} = \frac{Q}{Md^2} (V_0 \cos \Omega_{RF} t) u, \ u = x, y, z.$$
(2.5)

Para resolver esta ecuación, se define  $\tau = \Omega t/2$  y un parámetro adimensional  $q_x = q_y = 2q_z = 2QV_0/(Md^2\Omega_{RF}^2)$ [10], de forma que se puede escribir la ecuación de movimiento como:

$$\frac{du^2}{dt^2} - (2q\cos(2\tau))u = 0, \tag{2.6}$$

lo que se conoce como la ecuación de Mathieu. Dependiendo del parámetro *q*, hay regiones para las que la trayectoria de la partícula es estable o inestable [10]. Normalmente se trabaja con valores de *q* inferiores a 0,4, lo que se conoce como aproximación adiabática. En general la amplitud del ion viene dada por:

$$u_i(t) = A[1 - \frac{q_i}{2}\cos(\Omega_{RF}t)]\cos(\omega_i t), \ i = r, z,$$
(2.7)

siendo

$$\omega_i = \frac{q_i}{2\sqrt{2}} \Omega_{RF} \,, \tag{2.8}$$

la denominada frecuencia secular, que caracterizará la oscilación del ion en un potencial promedio. La Ec. (2.7) indica que el movimiento del ion en la trampa es en realidad la superposición de dos movimientos: uno que se conoce como movimiento secular, que es un promedio a una frecuencia inferior a la del campo de confinamiento, y otro llamado micromovimiento, cuya amplitud depende del parámetro *q* y de la distancia del ion al centro de la trampa. La frecuencia del micromovimiento es la radiofrecuencia. En la Fig. 1 se observan los dos movimientos para valores distintos de la amplitud del campo de radiofrecuencia aplicado. Para valores de *q* más altos, la frecuencia de oscilación es mayor, y también la amplitud máxima del micromovimiento. Generalmente, se trabaja en lo que se conoce como aproximación adiabática, en la cual el micromovimiento se considera despreciable.

#### 2.1.2. Enfriamiento por láser (laser cooling)

Una vez se tiene confinado el ion en la trampa Paul, y para estudiar propiedades del mismo con mayor exactitud, se enfría, es decir se reduce su energía. Hay varios métodos de enfriamiento, siendo uno de los más efectivos, el que se realiza con láser [5]. Hay distintos mecanismos también de enfriamiento por láser, siendo el conocido como *Doppler cooling* [10], el que se emplea en el proyecto TRAPSENSOR, permitiendo llegar hasta temperaturas del orden de mK. Esta técnica fue propuesta de forma independiente por Hänsch y Schawlow para átomos[12] y por Wineland y Dehmelt para iones [13]. Las primeras realizaciones experimentales se dieron tres años después por Neuhauser *et al* [14] y por Wineland *et al* [15]. Este proceso está basado en las sucesivas transferencias del momento lineal en las colisiones de los fotones del láser con el ion. Éste absorbe el fotón y excita el electrón más externo.

En la Fig. 2 se muestra el esquema del proceso de enfriamiento Doppler. La frecuencia de



Figura 1: Movimiento del ion en una trampa Paul en función del tiempo. Sólo se representa la mitad de un período. Se observan dos trayectorias para dos valores de *q* distintos. Las amplitudes del micromovimiento se representan sobre sus correspondientes movimientos seculares. La frecuencia del campo de confinamiento es 1,469 MHz.

la radiación del láser no es la misma para el ion en reposo que para el caso en que éste se encuentre en movimiento. La expresión de una frecuencia en función de la otra viene dada por:

$$\nu' = \nu \cdot \left( 1 \pm \frac{v_z}{c} \right), \tag{2.9}$$

donde el signo  $\pm$  indica el sentido de movimiento del ion respecto de la referencia. Si el ion se mueve en la dirección de emisión del láser con velocidad  $v_z$ , el ion 'verá' a un fotón con frecuencia  $\nu'$ .  $\nu' > \nu$  si los fotones del láser se emiten en el mismo sentido de  $v_z$ , y  $\nu' < \nu$  en el caso opuesto.

En el proyecto TRAPSENSOR se utiliza  ${}^{40}Ca^+$  [16]. En la Fig. 2 se observan los niveles de energía. El electrón en el estado fundamental  ${}^{42}S_{1/2}$  se excita al estado  ${}^{42}P_{1/2}$ , siendo la vida media para un electrón en este nivel de 7.1 ns. La longitud de onda de la transición está en torno a 397 nm, que es la longitud de onda de los fotones emitidos por el ion después de la absorción. Existe una probabilidad de un 7% de que el electrón no vuelva al estado fundamental, sino al nivel  ${}^{32}D_{3/2}$ , que tiene una vida media de 1,1 s [17]. y que por ello es necesario un láser adicional, llamado de bombeo, emitiendo a la longitud de onda de 866 nm.

Se puede particularizar este estudio del enfriamiento Doppler para valores concretos de nuestro experimento. Por lo general, el láser se sintoniza a una frecuencia de  $\approx 10 \text{ MHz}$  por debajo de la frecuencia de la transición atómica. Aplicando la expresión dada en la Ec. (2.9), se calcula la velocidad que posee el ion cuando deja de interaccionar con el láser,



Figura 2: Esquema del enfriamiento Doppler. Los iones absorben los fotones del láser cuando se mueven en el sentido contrario a éstos siempre que éstos tengan una frecuencia ligeramente inferior a la de transición dipolar eléctrica del ion. En la imagen inferior se aprecian los niveles de energía que se utilizan en el proceso de enfriamiento [17].

resultando en un valor de  $v_z = -3,97 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ . Dado que el ion se mueve en un pozo de potencial armónico, es posible relacionar la energía cinética con la energía potencial, lo que resulta para una frecuencia secular  $v_z = 196,6 \text{ kHz}$ , en una amplitud de 3,2  $\mu$ m, una vez que el ion se enfría.

Existe un límite en el enfriamiento Doppler debido a la energía de retroceso del ion (límite Doppler) [10]. La temperatura mínima alcanzable viene dada por

$$T_{\text{Doppler}} = \frac{\hbar\gamma}{2k_B},\tag{2.10}$$

donde  $\gamma$  es la tasa de interacción para el ion <sup>40</sup>Ca<sup>+</sup>. Esta temperatura límite viene a ser ~0,5 mK.

#### 2.2. Vista general del Experimento

La trampa de radiofrecuencia del proyecto TRAPSENSOR se sitúa en el centro de una cruz de vacío CF100 con cuatro puertos CF16. El vacío que se consigue es del orden de  $10^{-10}$  mbar, que permite reducir el número de colisiones del ion con los átomos y/o moléculas del gas residual. La cruz está fijada a una mesa óptica en la que se encuentran los láseres de diodo y el sistema de bloqueo utilizados para enfriamiento Doppler, como se muestra de forma esquemática en la Fig. 3. Para enfriar el ion se utiliza un haz en la

dirección radial y otro en la dirección axial. Los dos haces para fotoionización del <sup>40</sup>Ca, que no se muestran en la figura, se dirigen en la dirección radial. Los fotones que emite el ion se coliman en dirección perpendicular a los haces de los láseres, y se recogen en el plano focal de una cámara EMCCD, que se describirá en detalle en la Sección 2.3.



Figura 3: Esquema mostrando la mesa óptica con ocho láseres de diodos con cavidad externa sintonizable, elementos ópticos para hacer guiar los láseres y trampa Paul. Los elementos no están a escala. La figura está adaptada de la presentada en la Ref. [18].

La trampa Paul (*open-ring trap*) está formada por dos conjuntos de tres anillos concéntricos separados un espacio que permite el paso de haces de luz a lo largo de todo el plano radial. Diversas vistas de la trampa se muestran en la Fig. 4. El eje axial es perpendicular a la mesa óptica. La trampa tiene simetría cilíndrica, lo que permite describir el potencial utilizando la Ec. (2.4) con su amplitud variando en función del tiempo, siguiendo una función senoidal. El voltaje se aplica a los electrodos marcados con 1 y 4 (Fig. 4).

Para producir los iones de <sup>40</sup>Ca<sup>+</sup> se utiliza un horno que se calienta haciendo pasar una corriente de unos 4 A. Parte de los átomos que se evaporan se dirigen hacia el centro de la trampa donde interaccionan con dos haces de luz con  $\lambda = 422$  nm y  $\lambda = 375$  nm, para producir el ion por el método de fotoionización [18]. Los láseres para enfriamiento comienzan a interaccionar una vez que se forma el ion. La energía de éste variará dependiendo del punto del pozo de potencial promedio donde se ioniza el átomo y en ocasiones es necesario varias decenas de segundos para observar la señal de fluorescencia máxima. En estos casos, la cámara EMCCD recoge la señal cada segundo sin interrupciones. La señal de fluorescencia nos dará toda la información sobre el ion.

#### 2.3. Sistema de captación de fluorescencia. Cámara EMCCD

Cuando se enfría, el ion oscila con una amplitud de varios micrómetros, por lo que es necesario un sistema de aumentos antes de recoger los fotones con la cámara. Los fotones emitidos en un determinado ángulo sólido, se coliman utilizando un sistema óptico. Éste está compuesto por dos lentes de 100 mm de distancia focal unidas a un sistema comercial



Figura 4: Proyecciones en los distintos planos de la trampa Paul. El potencial variable que proporciona el confinamiento se aplica a los anillos 1 y 4, mientras el resto de los anillos están a tierra. Las dimensiones están expresadas en milímetros [18].

de la marca Thorlabs modelo MVL12×12Z, que ofrece un aumento variable entre 0.58x y 7.0x [19]. La primera lente de focal 100 mm está situada a una distancia igual del centro de la trampa. La luz sale de la cámara de vacío a través de un puerto óptico invertido con tratamiento anti-reflectante para la longitud de onda de 397 nm. Todo el sistema está fijado a la cámara y ésta a su vez a una estructura que permite variaciones muy precisas de la posición para conseguir una imagen nítida. En la línea de elementos ópticos también se coloca un filtro de interferencias para la longitud de onda de 397 nm.

La captura de la fluorescencia se realiza en una cámara EMCCD (*Electron Multiplying Charged Coupled Device*) de la marca ANDOR, modelo IXON3 897 [20]. Posee un sensor de 512 x 512 píxeles con un tamaño de píxel de 16  $\mu$ m x 16  $\mu$ m, pero que teniendo presente la magnificación del sistema óptico acoplado, resulta en una distancia efectiva de 2,3  $\mu$ m, y una superficie efectiva del sensor ligeramente inferior a 1 mm<sup>2</sup>. Este modelo de cámara proporciona una eficiencia cuántica de  $\approx$  50 % para una longitud de onda  $\lambda =$  397 nm.

El límite difraccional asociado a este sistema de lentes viene dado por la fórmula de Airy [21]

$$\theta_{min} = 1,22 \frac{\lambda}{D_{\text{lente}}},\tag{2.11}$$

que nos indica el límite que se puede resolver.  $D_{\text{lente}}$  es el diámetro de la lente, igual a 25 mm. Haciendo los cálculos pertinentes se obtiene un límite difraccional de 1,9  $\mu$ m, que permite utilizar magnificación máxima.

#### 2.3.1. Funcionamiento de una cámara EMCCD

La cámara EMCCD es una CCD en la cual se incluye un sistema de multiplicación de electrones, lo que permite detectar señales de luz muy pequeñas, incluso fotones individuales. Para estudiar el funcionamiento de una cámara EMCCD es imprescindible comenzar con el de una CCD simple. Ésta es un dispositivo de acoplamiento de carga que consiste básicamente en un conjunto de condensadores MOS (*Metal-Oxide-Semiconductor*) [22] dispuestos a distancias muy cortas unos de otros, con los que es posible conseguir una transferencia muy eficiente de la carga almacenada desde un condensador polarizado en condiciones de inversión hasta otro condensador próximo. Este intercambio de carga se controla mediante el potencial aplicado a las puertas de las estructuras MOS. En la Fig. 5 a) se aprecia una serie de *gates* en las cuales hay unos potenciales  $\phi_3$ ,  $\phi_{DC}$ , etc.. Si sobre la célula de una CCD colisionan una serie de fotones, según la eficiencia cuántica del dispositivo se producirá antes o después una corriente debido a la excitación de un electrón de la banda de valencia, que producirá un par electrón-hueco. Esta serie de electrones producidos están almacenados en cada dispositivo MOS debido al potencial aplicado. Estos potenciales van variando secuencialmente de forma que los electrones viajan en la dirección z transfiriendo la información [22, 23].



Figura 5: Esquema del funcionamiento de una cámara EMCCD. En la parte superior se observa el área donde se recoge la imagen (*Image area*) y la zona (a), donde se esquematiza el funcionamiento de una CCD común. También se observa un esquema de potenciales aplicados a los *gates* (b)), que esquematiza como se genera el fenómeno de la avalancha de electrones: se aplica un potencial muy alto en  $\phi_2$  y se produce una avalancha de colisiones a través de ionización por impacto [25].

La alta sensibilidad necesaria para los experimentos con un solo ion se consigue añadiendo una sección adicional que multiplica la señal. En la Fig. 5 b) se ve un esquema del funcionamiento de la ganancia. Dentro de cada unidad del sistema de ganancia se sustituye un electrodo de transferencia de carga por dos. El primero mantiene un potencial fijo  $\phi_{DC}$  y en el segundo se aplican voltajes muy altos que generan un campo eléctrico muy intenso. Este campo generado entre el electrodo de tensión fija y  $\phi_2$  hace que los electrones causen ionización por colisiones con el medio. Esta ionización por impacto se traduce en



Figura 6: Relación señal-ruido. Se representan los perfiles medios de 4 píxeles que pasan por el centro de la imagen del ion en la dirección axial. Las imágenes de la Fig. 7 son las fotografías de la cámara para los distintos tiempos de acquisición a los que están referidos los perfiles.

la generación de nuevos electrones (*Electron Multiplying*). La multiplicación por impacto es bastante pequeña, pero cuando se realiza un gran número de veces se consigue una ganancia sustancial, lo que se conoce como producción por avalancha [22, 23].

El problema de este mecanismo de ganancia es el ruido. Si existe, se amplifica, y por ello las cámaras EMCCD están refrigeradas además de mantener el sistema que proporciona la ganancia en alto vacío. En los experimentos que aquí se realizan, la cámara está refrigerada a una temperatura de  $-100 \,^{\circ}$ C, lo que permite eliminar el ruido por agitación térmica, también conocido como *dark current* [20]. La señal-ruido en los experimentos realizados aumenta cuando disminuye el tiempo de adquisición de la cámara aun cuando el tiempo total de adquisición de fotones es el mismo. Anteriormente se ha indicado que la cámara se utiliza fundamentalmente en modo continuo, sin embargo el uso del ion de  $^{40}$ Ca<sup>+</sup> como sensor, requiere recoger la señal de fluorescencia en intervalos muy reducidos de tiempo disparando la adquisición en el momento en el que se comienza el enfriamiento. En la Fig. 6 se observa que al reducir el tiempo de adquisición, la relación señal-ruido decrece. Además, el ruido en los píxeles de los extremos del sensor aumenta y no es homogéneo a lo largo de toda la superficie, sino que se observa un gradiente.

La explicación que entendemos más adecuada es la producción de fotones debido a la excitación térmica del semiconductor. El sensor está enfriado a -100 °C mediante una célula Peltier, pero es cierto que este enfriamiento puede no ser del todo homogéneo, especialmente en los extremos, donde puede existir algún pequeño gradiente de temperatura. Por tanto es más probable que en esta zona se produzcan fotones debido a la agitación térmica. Entonces, cuando el tiempo de exposición es muy pequeño, la EMCCD multiplica las



Figura 7: Imágenes obtenidas con la cámara EMCCD para distintos tiempos de adquisición. El tiempo total de acumulación para formar la imagen es el mismo en los tres casos (5 segundos). Estas imágenes hacen referencia al cálculo del cociente la señal-ruido de la Fig. 6.

señales que parecen más intensan, como es la del ion, claramente definido, pero también la de los fotones producidos en los extremos. en lo que respecta al gradiente de ruido, es posible que simplemente sea ruido de la lectura [20], fuente habitual en las cámaras CCD o que también se deba a una falta de homogeneidad en el enfriamiento con la célula Peltier.

#### 2.4. Amplificador de RF

El amplificador de radiofrecuencia utilizado para generar el campo de confinamiento en la trampa Paul, ha sido construido por la empresa *Stahl Electronics* modelo *HF-DR*. Este dispositivo funciona con un circuito resonante *LC* como se puede apreciar en la Fig. 8. La bobina de inductancia *L*, se construye de forma que en combinación con la carga capacitiva total de la trampa (*C*), amplifica la señal de salida a la frecuencia de resonancia del circuito. Este dispositivo está diseñado para trabajar con amplitudes superiores a 1000 Vpp oscilando con una frecuencia en torno a 1,47 MHz, para la carga capacitiva de la trampa Paul. El amplificador tiene un controlador PID (*Proportional Integrative Derivative*) integrado, que mejora la estabilidad de la señal [25]. Esta regulación es muy importante en experimentos de precisión, particularmente en la determinación de la frecuencia de oscilación del ion en la trampa.

Un controlador PID [26], consiste en un control genérico sobre realimentación de bucle cerrado. Este controlador viene determinado por tres parámetros: el proporcional, el integral y el derivativo. La acción proporcional viene dada por el producto entre una constante y la señal de ruido, de esta forma se pretende que el valor de error estacionario tienda a cero. La acción integral proporciona una respuesta que es proporcional a la integral del error. Se puede decir que elimina parte del error del modo estacionario que ha sido provocado por el parámetro proporcional. Por último, la acción derivativa lo que proporcional es una respuesta proporcional a la derivada del error. Cuando a la respuesta proporcional le añadimos la acción integral se produce un exceso de oscilaciones, que pueden ser eliminadas por medio de esta acción derivativa.

Para estudiar la estabilidad de la señal del amplificador, se monitorizaron los valores



Figura 8: Esquema de la estructura resonante *LC* del amplificador '*Model HF-DR*' para trampas de iones. Se observa cómo entre los electrodos se introduce un desfase de  $180^{\circ}$  [26].

de amplitud durante un período de 6 horas y 25 minutos. En la imagen izquierda de la Fig. 9 se muestra un histograma de los valores recogidos de amplitud en este intervalo de tiempo en intervalos de 30 segundos. El valor medio resulta en una amplitud de 1212,88 mVpp. En general, la desviación típica o estándar  $\sigma$  es la magnitud estadística que se suele emplear para cuantificar la dispersión en una serie de medidas, pero sólo se puede calcular a partir de datos estacionarios, esto es en procesos en los que la desviación típica no varía con el tiempo. Por esta razón se suele emplear la conocida como desviación Allan [27], que se usa a nivel internacional en el análisis de mediciones de tiempo y frecuencia. En el caso que aquí se expone, son amplitudes, pero es el mismo concepto si la frecuencia de oscilación del ion depende de ésta. La desviación de Allan estima la desviación de la amplitud en función del tiempo en el que se promedia, determinando así la estabilidad del amplificador resonante. La expresión matemática para el cálculo es la siguiente:

$$\sigma_y^2(\tau) = \frac{1}{2\tau(N-1)} \sum_{i=1}^{N-1} (y_{i+1} - y_i)^2,$$
(2.12)

donde *N* es el número de datos,  $y_i$  es la i-ésima medición y  $\tau$  es el tiempo en el que se realiza el promedio. Puede decirse que la desviación Allan mide el grado de variación de la diferencia fraccional de la amplitud. La representación de esta variación en escala lineal (a veces se usa logarítmica [27]) se muestra en la gráfica a la derecha en la Fig. 9. se observa que la estabilidad es patente en largos periodos de tiempo, donde la varianza va disminuyendo cada vez más.



Figura 9: Izquierda: Histograma de los valores de amplitud recogidos durante un periodo de 8 horas y media. Derecha: *Desviación de Allan* donde se observa la estabilidad de la amplitud del amplificador especialmente a grandes intervalos de tiempo. En esta gráfica no se representa el valor del intervalo inicial, ya que es muy elevado.

### 3. Resultados Experimentales

En el proyecto TRAPSENSOR es fundamental la caracterización del patrón de fluorescencia del ion enfriado. Las medidas que se presentan en este capítulo tienen como objetivo estudiar dicho patrón cuando se perturba al ion de forma controlada. Los resultados que se presentan se agrupan en tres subsecciones: en la primera se estudiará el *enfriamiento Doppler* del ion a distintas frecuencias de oscilación, en la segunda, la influencia de un campo externo axial sobre éste, y en la tercera la posibilidad de utilizar el ion como detector siendo el parámetro a cuantificar en este trabajo el número de fotones detectados.

#### 3.1. Enfriamiento Doppler de distintas frecuencias de oscilación

En la aproximación adiabática, una expresión para el pozo de potencial se puede obtener considerando únicamente el movimiento secular. En la dirección axial, el ion es equivalente a un oscilador armónico de frecuencia  $\omega_z$ . Esta frecuencia de oscilación se puede relacionar con la radiofrecuencia mediante la expresión dada en la Ec. (2.8). En esta aproximación, la energía de un ion atrapado es:

$$E_P = \frac{1}{2}m\omega_z^2 z^2 = \frac{1}{2}m\frac{q_z^2 \Omega_{RF}^2}{8} \cdot z^2 = e \cdot \mathcal{V}(z), \qquad (3.1)$$

donde  $\mathcal{V}(z)$  es el llamado pseudopotencial o potencial promedio [?] que viene dado por:

$$\mathcal{V}(z) = \frac{eV_{RF}^2}{m\Omega_{RF}^2 z_0^4} \cdot z^2,$$
(3.2)



Figura 10: Pseudopotenciales en el eje axial (z). Los distintos potenciales se obtienen variando el voltaje  $V_0$ .

después de sustituir  $q_z = 4QV_{RF}/(Md^2\Omega_{RF}^2)$  y  $V_{RF} = V_0/2$ . El pseudopotencial depende del cuadrado de la amplitud del voltaje de radiofrecuencia aplicado para el confinamien-

to. Se variará por tanto la amplitud para ver el enfriamiento Doppler a distintas frecuencias de oscilación del ion en el eje axial. A partir de conocer una frecuencia secular para una amplitud determinada (medida experimental que se describirá en el apartado 3.2), es fácil conocer las frecuencias para otros voltajes, a partir de la relación:

$$\nu_z^{(2)} = \frac{V_{RF}^{(2)}}{V_{RF}^{(1)}} \nu_z^{(1)}.$$
(3.3)

En la Fig. 10 se grafican varios pseudopotenciales. Cuanto mayor es el voltaje de radiofrecuencia, más profundo es el pozo de potencial y menor es la amplitud máxima del movimiento axial del ion. La Fig. 12 muestra la distribución de fotones de fluorescencia de un ion de <sup>40</sup>Ca<sup>+</sup> en la dirección axial para dos valores de voltaje de radiofrecuencia aplicados.



Figura 11: Comparación de las distribuciones de fotones de fluorescencia en la dirección axial para dos de los pseudopotenciales graficados en la Fig. 10. Se aprecia un desplazamiento del centro de la distribución y una ligera diferencia en las anchuras del ajuste.

Sabiendo que el valor medio de la energía cinética  $k_BT$  es la mitad de la energía total del ion debido al teorema del virial aplicado a un potencial armónico, podemos obtener dicha energía cinética media del ion en la trampa de la forma:

$$\langle E_{kin} \rangle = \frac{1}{2} e \mathcal{V}(A_z).$$
 (3.4)

El valor de la temperatura viene dado [16] por

$$T = \frac{e^2 V_{RF}^2}{8k_B M z_0^4 \Omega_{RF}^2} A_z^2,$$
(3.5)

Para una estimación de la temperatura del ion se puede considerar  $A_z = \sigma_z$ , o  $A_z = 2\sigma_z$ . Por tanto, tomando el valor medio que se resulta de la Fig. 12, es posible obtener un límite superior de la temperatura igual a  $T_{\sigma} = 14.4 \pm 0.6$  mK y  $T_{2\sigma} = 57.6 \pm 0.6$  mK, respectivamente. Estos valores están por encima del valor alcanzable en el límite Doppler.



Figura 12: Variación ( $\sigma_{axial}$ ) de la distribución de la fluorescencia del ion en la dirección axial en función del voltaje de radiofrecuencia. Las líneas azules representan  $\bar{\sigma} \pm \epsilon$  siendo  $\bar{\sigma} = 5.6 \ \mu$ m, el valor medio ponderado de las  $\sigma_{axial}$  de las distribuciones y  $\epsilon = 0.1 \ \mu$ m la incertidumbre ponderada.



Figura 13: Desplazamiento del centro de la distribución de fluorescencia del ion en la dirección axial  $z_c$  en función del voltaje de radiofrecuencia. La incertidumbre es la  $\sigma_{axial}$  representada en la figura previa.

Las variaciones de la amplitud de movimiento no se aprecian para distintos valores de voltajes de radiofrecuencia. Esto se puede explicar porque la resolución del sistema óptico es del orden de dos micrómetros. Otro fenómeno que se puede apreciar es el desplazamiento del centro de la trampa en función del voltaje de radiofrecuencia aplicado (Fig. 13) que puede resultar de imperfecciones en la construcción de la trampa. Estas imperfecciones no obstante, están por debajo de la tolerancia del mecanizado de precisión.



Figura 14: Parte superior: Variación de la  $\sigma_{axial}$  en función de la frecuencia del campo dipolar aplicado en la dirección axial con una amplitud de 10 mVpp. Parte inferior: Imágenes de la fluorescencia del ion correspondientes a los puntos marcados con 1, 2 y 3 en la parte superior.

#### 3.2. Aplicación de un campo externo

El estudio de aplicar un campo externo oscilante en torno a la frecuencia de oscilación del ion de  ${}^{40}Ca^+$  permite caracterizar éste de forma análoga a como resultaría si interacciona de forma resonante con otro ion. Tal y como se ha hecho hasta ahora, se seguirá utilizando la dirección axial, que es la dirección en la que se estudiará la interacción entre los iones en el sistema final. En el dispositivo experimental el campo axial dipolar se superpone de forma electrónica en el amplificador de radiofrecuencia y se aplica a los anillos 1 y 4, de forma simultánea con el voltaje para el atrapamiento. El voltaje de radiofrecuencia aplicado para las medidas realizadas es 1127 Vpp y la radiofrecuencia 1,469 MHz.

Cuando se excita el ion, esto es cuando la frecuencia del campo dipolar se acerca a la de oscilación del mismo, el ion gana energía que se observa en la imagen que se obtiene con la cámara EMCCD. Existen dos parámetros que varían, la anchura a mitad de altura en la distribución axial y el número de fotones. Para obtener la distribución axial se eligen los píxeles en los que la señal es máxima y se hace un promedio. La distribución promedio se ajusta con una función Gaussiana de la que se extrae la  $\sigma_{axial}$ . Si la amplitud es muy alta, la resolución en la determinación de la anchura es peor, por lo que se realiza en varias etapas, en las cuales se va acotando la frecuencia de oscilación. Esto se observa en las Figs. 14, 15, 16, 17. En la Fig. 14, la amplitud se fija en 10 mVpp, y la frecuencia se escanea desde 190 hasta 200 kHz en intervalos de 1 kHz.



Figura 15: Variación de la  $\sigma_{axial}$  de la distribución de fluorescencia del ion en función de la amplitud del campo dipolar oscilando a una frecuencia de 197 kHz.

En torno a valores de la radiofrecuencia entre 196 y 197 kHz el ion gana mucha energía, resultando en un incremento de la  $\sigma_{axial}$  y una disminución del número de fotones colimados y por tanto detectados. Entonces para reducir la anchura de esta distribución, se reduce la amplitud del campo dipolar. Esto se observa en la Fig. 15. Para seguir acotando, se fija la amplitud en 5 mVpp obteniendo los resultados de la Fig. 16, donde se observa que la frecuencia de resonancia (oscilación del ion), se encuentra comprendida en el intervalo de 196,5-196,8 kHz. Finalmente se reduce la amplitud a 1 mVpp, y se realiza un barrido en el intervalo 196,5-196,8 kHz con saltos de 0,01 kHz. El resultado se observa en la Fig. 17, donde los datos se han ajustado con una distribución gaussiana. La frecuencia resultante es  $v_z = 196,61$  kHz.

Para otras frecuencias, es posible determinar la frecuencia de oscilación del ion usando la Ec. (2.8) a partir de las medidas realizadas. La determinación precisa de la frecuencia sin embargo, se verá afectada por variaciones de temperatura o en general de las condiciones externas, además de la propia estabilidad de la señal del amplificador como se obervó en las curvas mostradas en el Capítulo 2.



Figura 16: Parte superior: Variación de la  $\sigma_{axial}$  en función de la frecuencia del campo dipolar aplicado en la dirección axial con una amplitud de 5 mVpp. Parte inferior: Imágenes de la fluorescencia del ion correspondientes a los puntos marcados con 1, 2 y 3 en la parte superior.



Figura 17: Variación de la  $\sigma_{axial}$  en función de la desviación de la frecuencia del campo dipolar aplicado en la dirección axial, respecto a la frecuencia de resonancia. La amplitud es 1 mVpp.

#### 3.3. Método de medida basado en el número de fotones detectados

Estudiar la sensibilidad del ion implica conocer el comportamiento y el tiempo de respuesta del ion frente a cambios en su energía. Hasta ahora todas las imágenes tomadas para la determinación de la frecuencia de resonancia se han realizado con la cámara en modo continuo durante cinco segundos. Los láseres de enfriamiento y bombeo han interaccionado con el ion de forma permanente. En las medidas que se expondrán a continuación, los láseres no interaccionan de forma permanente sobre el ion, esto es se interrumpe el láser de bombeo y con ello el proceso de enfriamiento durante un intervalo de tiempo en cada ciclo. Cuando el láser de bombeo actúa otra vez sobre el ion, se genera una señal que dispara la adquisición de la cámara EMCCD durante un tiempo determinado en cada ciclo.



Figura 18: Proyección axial de la señal de fluorescencia para tres tiempos de adquisición. En cada caso se representa la señal cuando no se ha aplicado campo externo (sin excitación), y para campos dipolares con amplitudes de 2 y 5 mVpp, salvo en el caso de 25 ms, debido a que la amplitud es alta y no se aprecia señal para ese tiempo de adquisición.

La idea detrás de este procedimiento es ir variando el tiempo de adquisición después de

disparar la cámara de forma que se puedan obtener imágenes de fluorescencia a distintos tiempos de adquisición conservando siempre el tiempo total. En la Fig. 18 se puede observar el resultado del número de fotones de la distribución axial en función de la localización en el sensor (número de píxel) para distintos tiempos de adquisición, cuando no se aplica ningún campo dipolar y cuando se aplican campos con amplitudes de 2 y 5 mVpp. Los láseres de bombeo están bloqueados cuando esto ocurre. En cada curva se ha considerado el promedio de la señal recogida en cinco píxeles. En cada uno de los casos se ha sustraído el fondo, siendo éste, tal y cómo se comentó en el Capítulo 2, diferente según el tiempo de adquisición. Se aprecia claramente como la señal con respecto al ruido es mayor para tiempos de exposiciones largos.

En la Fig. 19 se representa el cociente del número de fotones que se obtiene cuando se realiza excitación con una amplitud de 2 mVpp, dividido entre el número de fotones cuando no se realiza excitación en función del tiempo de adquisición. Este número de fotones viene dado por el área de las distribuciones. Para el caso de tiempos de adquisición de 100 ms, se observa en la Fig. 18, que el perfil con excitación a 2 mVpp y sin excitación es similar y por tanto es prácticamente uno. Tal y como se observa aunque sólo se trate de 3 puntos hay un crecimiento exponencial en el proceso que se conoce como *Doppler recooling*. No obstante las incertidumbres asociadas a estas medidas son muy grandes para tiempos bajos de adquisición por lo que es necesario aumentar la estadística además del número de puntos.



Figura 19: Cociente del número de fotones que se obtiene cuando se realiza excitación con una amplitud de 2 mVpp, dividido entre el número de fotones cuando no se realiza excitación en función del tiempo de adquisición, que en este caso es equivalente a enfriamiento.

De las medidas realizadas hasta ahora y expuestas en este trabajo, queda claro que el número de fotones no es un parámetro fácil de utilizar. En algunos casos la señal de fluorescencia desaparece debido a colisiones del ion con átomos del gas residual y esto genera incertidumbres altas en los resultados. El tiempo para realizar una medida puede ser por tanto considerablemente largo, por lo que es necesario utilizar otro parámetro. En la actualidad se investiga el uso de la  $\sigma$  de la distribución que será independiente del número de ciclos en los que el ion es o no observable

# 4. Conclusiones y Perspectivas

En el desarrollo de este Trabajo de Fin de Grado se han medido aspectos importantes del sistema óptico de recolección de fluorescencia, la estabilidad del amplificador de radio-frecuencia, la dependencia del límite Doppler con la energía del ion en la dirección axial y el uso del número del fotones como parámetro para estudiar la sensibilidad de un ion enfriado por láser como detector.

En lo que respecta al sistema de captación de fluorescencia, el estudio se ha centrado en caracterizar el dispositivo de magnificación y la cámara EMCCD. Se encuentra que el límite difraccional de las lentes del sistema de focalización impide resolver distancias menores a 1,9  $\mu$ m. Este resultado es inferior al límite de resolución actual, 2,3  $\mu$ m, dado por el tamaño del píxel (16  $\mu$ m) y la magnificación (7x). Por tanto, el límite difraccional no es el factor que limita la resolución del sistema óptico en la presente configuración. A partir de una magnificación de 8,4x sí sería el factor que limitaría, por lo que si se desea en un futuro utilizar magnificaciones mayores habrá que aumentar el tamaño de la lente y/o disminuir la distancia focal.

Además del estudio de los límites ópticos, se ha discutido el ruido que aparece en las imágenes tomadas con la cámara, en especial cuando se utiliza la función *Trigger* de la misma y tiempos de exposición muy pequeños [20]. En primer lugar se pensó que podría ser un ruido debido al tiempo de respuesta del semiconductor en la creación del par electrónhueco, pero se descartó ya que dicho tiempo es del orden de los nanosegundos [22]. Otra posible explicación es la producción de fotones en el propio semiconductor por agitación térmica, que puede ser debido a que el enfriamiento mediante la célula Peltier no sea perfectamente homogéneo, en especial en los extremos del sensor. Dichos fotones se verán multiplicados por el sistema de ganancia de nuestra cámara. Esto es consistente con la dependencia de la relación señal/ruido con el tiempo de exposición.

En la última parte de esta sección se realizó un estudio de la estabilidad de un amplificador de radiofrecuencia [25], instalado recientemente. En vista de los resultados obtenidos utilizando la desviación Allan, se puede concluir que nuestro dispositivo tiene una gran estabilidad, especialmente a largos intervalos de tiempo.

En la sección 3, de perfil más experimental, se calculó la temperatura final de los iones para distintos pseudopotenciales. El resultado que cabría esperar sería que cada pseudopotencial reflejado en la Fig. 10 resultase en una amplitud de oscilación distinta, de modo que la energía del ion sea la misma. Sin embargo, los resultados experimentales resultan en amplitudes similares en todos los casos, por lo que se acotó superiormente el valor de la energía con el potencial más profundo, considerando que el sistema de recolección de fluorescencia no permite distinguir diferencias tan pequeñas de energía del ion. A pesar de no obtener los resultados esperados, los valores de temperatura obtenidos son del orden de decenas de mK, lo que indica que el método proporciona resultados correctos.

También se ha estudiado la respuesta del ion al someterse a un campo externo en la dirección axial, que permite determinar la frecuencia de oscilación de forma experimental, que es muy importante para caracterizar este sistema. Se observa que para ciertas amplitudes de excitación, el ion posee tanta energía que se encuentra completamente deslocalizado; esto indica que la sensibilidad que se obtiene al usar un ion enfriado es muy alta. Para obtener resultados cuantitativos en términos del número total de fotones se acotó el intervalo de frecuencias y se redujo la amplitud de la excitación. Este proceso de búsqueda de la frecuencia de oscilación es necesario realizarlo antes de las medidas, pero especialmente si se cambian los parámetros del experimento. Se puede partir de la estimación obtenida a partir de la Ec. (2.8).

Por último se llevaron a cabo estudios para caracterizar el método basado en contar el número de fotones y su uso para observar cambios en la energía del ion. Un ion enfriado por láser tiene una alta sensibilidad comparada con la que se consigue por métodos tradicionales [28].No obstante la caracterización cuantitativa no es simple. Los resultados, que se pueden resumir en la Fig. 19 muestran una tendencia, pero no son concluyentes. Para ello es necesario más estadística y evitar períodos de tiempo en los que el ion no se observa, lo cual es muy difícil dado que la falta de señal se genera como consecuencia de colisiones del ion con átomos del gas y la presión residual ya es del orden de  $10^{-10}$  mbar. por ello se ha propuesto y se investiga actualmente el uso de otros parámetros. El trabajo en esta línea continúa, y actualmente se está trabajando a distintas radiofrecuencias con el objetivo de obtener más información. Una vez finalice la construcción del Sensor Cuánti-co, estas técnicas serán de gran importancia en el estudio de la transferencia de energía entre el ion de interés y el ion de  $^{40}$ Ca<sup>+</sup>.

# Referencias

- D. Rodríguez, *A quantum sensor for high-performance mass spectrometry*, Appl. Phys. B: Lasers O. **107**, 1031-1042, (2012). 1
- [2] D. J. Heinzen and D.J. Wineland , *Quantum-limited cooling and detection of radio-frequency oscillations by laser-cooled ions*, Phys. Rev. A 42 2977 (1990). 1
- [3] J. M. Cornejo et al, *Optimized geometry for a Penning-(micro)-trap mass spectrometer based on connecting ions*, En preparación. 1
- [4] J. M. Cornejo and D. Rodríguez , *A preparation Penning trap for the TRAPSENSOR project with prospects for MATS at FAIR*, Nucl. Instr. Meth. Phys. Res. B 376 288-291.
  1
- [5] D. Leibfried, R. Blatt, C. Monroe and D. Wineland, *Quantum dynamics of single trapped ions*, Rev. Mod. Phys. **75** 281, (2003). 1, 2.1.2
- [6] Web EMCCD, http://www.emccd.com/ 1
- [7] R.S. Van Dyck Jr., D.B. Pinegar, S. Van Liew and S.L. Zafonte, *The UW-PTMS:Systematic studies, measurement progress, and future improvements,* Int. J. Mass Spectrom. 251 231-242, (2006). 1
- [8] M. König *et al*, *Quadrupole excitation of stored ion motion at the true cyclotron frequency*, Int, J. Mass Spectrum. Ion Processes **142** 95-116, (1995). 1
- S. Eliseev et al, Phase-Imaging Ion-Cyclotron-Resonance Measurements for Short-Lived Nuclides, Phys. Rev. Lett 110 082501, (2013). 1
- [10] G. Werth, V. N. Gheorghe and F. G. Major, *Charged Particle Traps II*, Springer Series on Atomic, Optical, and Plasma Physics, (2009). 1, 2.1.1, 2.1.1, 2.1.1, 2.1.2, 2.1.2
- [11] D. Rodríguez et al, *The LPCTrap facility: A novel transparent Paul trap for high-precision experiments*, Nucl. Instr. Meth. Phys. Res. A 565 876-889, (2006) 1
- [12] T.W. Hänsch and A.L. Schawlow, *Cooling of gases by laser radiation*, Optics Communication **13** 68-69, (1974). 2.1.2

- [13] D.J. Wineland and H. Dehmelt, *Proposed*  $10^{14}\Delta\nu < \nu$  *Laser Fluorescence Spectroscopy on Tl*<sup>+</sup> *Mono-ion Oscillator III*, Bulletin of the American Physical Society **20** 637, (1975). 2.1.2
- [14] W. Neuhauser, M. Hohenstatt, P. Toschek and H. Dehmelt, Optical-Sideband Cooling of Visible Atom Cloud Confined in Parabolic Well, Phys. Rev. Lett 41 233, (1978). 2.1.2
- [15] D.J. Wineland, R.E. Drullinger and F.L Walls, *Radiation-Pressure Cooling of Bound Resonant Absorbers*, Phys. Rev. Lett. **40**(25) 1639, (1978). 2.1.2

[16] C. Vivo,

Estudio de una fuente de iones de superficie en el marco del proyecto TRAPSENSOR y primeros resultados de enfriamiento por láser (laser cooling) de iones de <sup>40</sup>Ca<sup>+</sup>, Trabajo Fin de Master, Universidad de Granada y Universidad de Sevilla, 2014. 2.1.2, 3.1

[17] J. M. Cornejo et al,

*Extending the applicability of an open-ring trap to perform experiments with a single laser-cooled ion,* 

Review of Scientific instruments 86, 103104 (2015). 2.1.2, 2

[18] J. Doménech,

*Producción de iones de* <sup>40</sup>Ca<sup>+</sup> *por el método de fotoionización y estudio de su utilización en el proyecto TRAPSENSOR,* Trabajo Fin de Master, Universidad de Granada, 2015. 3, 2.2, 4

- [19] Web Thorlabs, https://www.thorlabs.com/ 2.3
- [20] Andor Technology, *Hardware Guide iXon3*, Version 1.5, Julio 2011. 2.3, 2.3.1, 2.3.1, 4
- [21] J. Casas,
   *Óptica*,
   Universidad de Zaragoza, (1985). 2.3
- [22] J.M. Albella and J.M. Martínez-Duart, Fundamentos de electrónica física y microelectrónica, Addison-Wesley, 1996. 2.3.1, 2.3.1, 4
- [23] P. Seith and A. Theuwissen, Single-Photon Imaging, Springer Series in Optical Sciences, 2011. 2.3.1, 2.3.1
- [24] L. Zhang, L. Neves, J. Lundeen and I.A. Walmsley *A characterization of the single-photon sensitivity of electron multiplying charge-coupled device*, J. Phys. B: At. Mol. Opt. Phys. 42, (2009).

- [25] Stahl Electronics, HF-DR Series Guide. RF Generator for Ion Trap, Marzo 2016. 5, 2.4, 4
- [26] Control PID, http://control-pid.wikispaces.com/ 2.4, 8
- [27] D.W. Allan,

*Time and Frecquency Characterization, Estimation, and Prediction of Precision Clocks and Oscillators,* 

IEEE Transaction on Ultrasonics, Feroelectrics, and Frequency Control, UFFC-34, 647-654, 1987. 2.4, 2.4

[28] M.J. Gutiérrez,

*Estudio de la fluorescencia de un ion de* <sup>40</sup>Ca<sup>+</sup> *en una trampa magnética de* 7 T, Trabajo Fin de Master, Universidad de Granada, 2016.

4